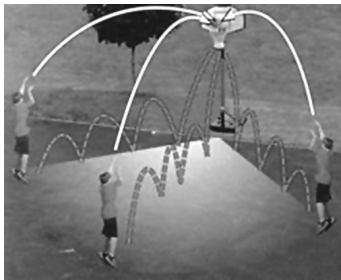




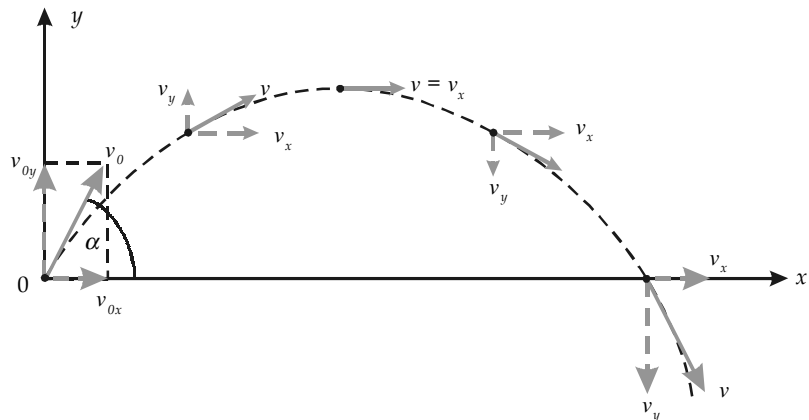
## B Gerak Parabola



**Gambar 1.14**

Lintasan bola basket saat dilemparkan ke dalam ring akan berbentuk parabola.

Perhatikanlah lintasan yang dibentuk oleh bola basket yang dilemparkan ke dalam ring pada **Gambar 1.14**. Lintasan bola basket tersebut berbentuk parabola. Gerak yang lintasannya berbentuk parabola disebut gerak parabola. Contoh umum gerak parabola adalah gerak benda yang dilemparkan ke atas membentuk sudut tertentu terhadap permukaan tanah. Gerak parabola dapat dipandang dalam dua arah, yaitu arah vertikal (sumbu- $y$ ) yang merupakan gerak lurus berubah beraturan (GLBB), dan arah horizontal (sumbu- $x$ ) yang merupakan gerak lurus beraturan (GLB). Perhatikan **Gambar 1.15** berikut.



**Gambar 1.15**

Arah gaya pada lintasan gerak parabola.

Gerak pada sumbu- $x$  (horizontal) adalah gerak lurus beraturan karena kecepatan benda di setiap titik bernilai konstan dan berlaku persamaan

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha \quad (1-34)$$



Adapun, jarak mendatar yang ditempuh oleh sebuah benda ditentukan oleh persamaan

$$x = v_x t = v_0 \cos \alpha t \quad (1-35)$$

Gerak pada sumbu- $y$  (vertikal) adalah gerak lurus berubah beraturan, karena benda mengalami perubahan kecepatan akibat percepatan gravitasi Bumi. Dalam hal ini, arah gerak benda vertikal ke atas sehingga persamaan kecepatan geraknya pada setiap titik adalah

$$v_y = v_{0y} - gt \quad (1-36)$$

oleh karena  $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ , **Persamaan (1-36)** dapat dituliskan menjadi

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (1-37)$$

Posisi benda pada sumbu- $y$  (menurut ketinggian) dapat dituliskan dengan persamaan berikut

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} gt^2 \quad (1-38)$$

atau

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} gt^2 \quad (1-39)$$

## 1. Kecepatan dan Arah Kecepatan Benda di Sembarang Titik

Pada gerak parabola, benda memiliki kecepatan pada komponen sumbu- $x$  dan sumbu- $y$  sehingga besar kecepatan benda di sembarang titik secara matematis, dirumuskan sebagai berikut.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (1-40)$$

Arah kecepatan benda terhadap sumbu mendatar (sumbu- $x$ ) dirumuskan sebagai berikut.

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} \quad (1-41)$$

Oleh karena nilai  $v_x$  selalu positif maka positif atau negatifnya sudut  $\theta$  bergantung pada nilai  $v_y$ .

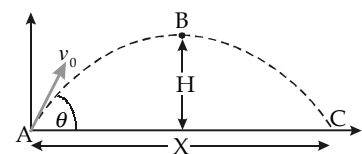
## 2. Beberapa Persamaan Khusus pada Gerak Parabola

Persamaan-persamaan khusus gerak parabola ini hanya berlaku untuk gerak parabola dengan lintasan dari tanah, kemudian kembali lagi ke tanah seperti pada **Gambar 1.16**.

Pada contoh gerak parabola tersebut, suatu benda bergerak dari titik A dengan kecepatan awal  $v_0$  dan sudut  $\theta$ . Benda tersebut mencapai titik tertinggi di titik B dan jarak terjauh di titik C.

### a. Waktu untuk Mencapai Titik Tertinggi (Titik B)

Pada saat benda yang melakukan gerak parabola mencapai titik tertinggi, kecepatan benda pada komponen vertikal (sumbu- $y$ )  $v_y = 0$ . Persamaannya adalah sebagai berikut.



**Gambar 1.16**

Lintasan gerak parabola benda dengan titik tertinggi di B dan titik terjauh di C.



$$\begin{aligned}
 v_y &= v_{0y} - gt_{AB} \\
 0 &= v_0 \sin \alpha - gt_{AB} \\
 gt_{AB} &= v_0 \sin \alpha \\
 t_{AB} &= \frac{v_0 \sin \alpha}{g}
 \end{aligned}
 \tag{1-42}$$

## Solusi Cerdas

Sebuah peluru ditembakkan dengan kecepatan 60 m/s dan sudut elevasi 30°. Ketinggian maksimum yang dicapai peluru adalah ....

- 30 m
- 45 m
- 50 m
- 90 m
- 100 m

### Penyelesaian

Diketahui:  $v_0 = 60 \text{ m/s}$   
 $\alpha = 30^\circ$   
 $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \\
 &= \frac{(60)^2 \sin^2 (30^\circ)}{(2)(10)} \\
 &= \frac{(3.600) \left(\frac{1}{2}\right)^2}{20} \\
 &= 45 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Jawab: b

UMPTN 1997 Rayon B

Ketinggian benda di titik tertinggi adalah  $H = \frac{1}{2}g(t_{BC})^2$ . Sifat simetri grafik parabola memperlihatkan bahwa waktu yang diperlukan benda untuk mencapai titik tertinggi dari posisi awal ( $t_{AB}$ ), sama dengan waktu tempuh benda dari titik tertinggi ke jarak terjauh ( $t_{BC}$ ). Dengan demikian, akan diperoleh persamaan

$$t_{AB} = t_{BC} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \sqrt{\frac{2H}{g}}
 \tag{1-43}$$

### b. Tinggi Maksimum (H)

Tinggi maksimum benda yang melakukan gerak parabola dapat ditentukan dari penurunan **Persamaan (1-43)** sebagai berikut.

$$\frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ dikuadratkan menjadi } \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} = \frac{2H}{g} \text{ sehingga diperoleh}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}
 \tag{1-44}$$

### c. Jarak Terjauh (X)

Waktu tempuh untuk mencapai titik terjauh (titik C) sama dengan dua kali waktu yang diperlukan untuk mencapai titik tertinggi ( $t_{AC} = 2 t_{AB}$ ). Jarak terjauh yang dicapai benda pada sumbu- $x$  (dilambangkan dengan  $X$ ) adalah

$$X = v_{0x} t_{AC} = v_0 \cos \alpha \cdot 2 \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right) = v_0^2 \cdot 2 \left( \frac{\sin \alpha}{g} \right) \cos \alpha$$

Menurut trigonometri,  $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$  sehingga persamaan untuk jarak terjauh yang dapat dicapai benda dapat dituliskan

$$X = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}
 \tag{1-45}$$

Perbandingan antara jarak terjauh ( $X$ ) dan tinggi maksimum ( $H$ ) akan menghasilkan persamaan

$$\frac{X}{H} = \frac{\left( \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \right)}{\left( \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \right)} = \frac{4}{\tan \alpha}
 \tag{1-46}$$

### Contoh 1.9

Dari titik A di tanah, sebuah bola dilemparkan dengan kecepatan awal 20 m/s dan sudut elevasi  $37^\circ$  ( $\sin 37^\circ = 0,6$ ). Jika  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , hitunglah:

- komponen kecepatan awal dalam arah horizontal dan vertikal,
- kecepatan bola setelah 0,4 sekon,
- posisi bola setelah 0,4 sekon,
- tinggi maksimum yang dapat dicapai bola, dan
- jarak lemparan terjauh yang dicapai bola.

#### Jawab

Diketahui:  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ ,  $\alpha = 37^\circ$ , dan  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- Komponen kecepatan awal
  - Dalam arah horizontal
$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha = (20 \text{ m/s})(\cos 37^\circ)$$
$$= (20 \text{ m/s})(0,8) = 16 \text{ m/s}.$$
  - Dalam arah vertikal
$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = (20 \text{ m/s})(\sin 37^\circ)$$
$$= (20 \text{ m/s})(0,6) = 12 \text{ m/s}.$$
- Kecepatan bola setelah 0,4 s ( $t = 0,4 \text{ s}$ )
  - Kecepatan dalam arah horizontal tetap, yaitu
$$v_x = v_{0x} = 16 \text{ m/s}.$$
  - Kecepatan dalam arah vertikal
$$v_y = v_{0y} - gt = 12 \text{ m/s} - (10 \text{ m/s}^2)(0,4 \text{ s}) = 8 \text{ m/s}.$$

Dengan demikian diperoleh

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{16^2 + 8^2}$$
$$= 8\sqrt{5} \text{ m/s}.$$

- Posisi bola setelah 0,4 s
  - Posisi pada arah horizontal
$$x = v_x t = (16 \text{ m/s})(0,4 \text{ s}) = 6,4 \text{ m}.$$
  - Posisi pada arah vertikal

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$= (12 \text{ m/s})(0,4 \text{ s}) - \left(\frac{1}{2}\right)(10 \text{ m/s}^2)(0,4 \text{ s})^2$$
$$= 5,6 \text{ m}.$$

Dengan demikian, posisi bola setelah 0,4 s berada pada koordinat (6,4 m ; 5,6 m).

- Tinggi maksimum yang dicapai bola

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{(20)^2 (0,6)^2}{2(10)} = 7,2 \text{ m}$$

- Jarak lemparan terjauh yang dicapai bola

$$X = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$
$$= \frac{2(20 \text{ m/s})^2 (0,6)(0,8)}{10 \text{ m/s}^2}$$
$$= 38,4 \text{ m}$$

## Jelajah Fisika

### Lompat Batu Pulau Nias



Penduduk di Pulau Nias memiliki tradisi unik. Seorang pemuda Nias dewasa atau menginjak dewasa harus mampu meloncati batu yang tingginya sekitar 2 meter, sebagai tanda keberanian, kedewasaan, dan kesatriaan. Gerak yang dilakukan oleh pemuda Nias ini merupakan salah satu contoh gerak parabola yang telah dikenal sejak dulu oleh para penduduk Nias. Dalam menyelesaikan tantangan lompat batu ini, peloncat harus memiliki kecepatan awal tertentu, tinggi maksimum, dan rentang maksimum, sebagaimana yang telah Anda pelajari dalam materi gerak parabola.

Sumber: [www.geocities.com](http://www.geocities.com)



### Contoh 1.10

**Jangan Lupa**

dari rumus trigonometri, diketahui

$$\sin^2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

Sebuah benda dilemparkan dari puncak sebuah gedung yang tingginya 40 m. Kecepatan awal benda 20 m/s dengan sudut elevasi 30°. Tentukan jarak terjauh dalam arah mendatar yang dapat dicapai benda, dihitung dari dasar gedung.

**Jawab**

Diketahui:  $h = 40$  m,  $v_0 = 20$  m/s, dan  $\theta = 30^\circ$ .

Perhatikan gambar.

Untuk menentukan jarak terjauh dalam arah mendatar (X), lebih dahulu Anda hitung waktu yang diperlukan benda untuk bergerak dari A ke B. Waktu ini bisa dihitung dari gerak vertikal ke atas (sumbu-y) sebagai berikut:

$$v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ = (20 \text{ m/s}) \left( \frac{1}{2} \right) = 10 \text{ m/s}$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$-40 = 10t - \frac{1}{2}(10)t^2; \quad \text{bagi 5}$$

$$-8 = 2t - t^2$$

$$0 = t^2 - 2t - 8$$

$$0 = (t + 2)(t - 4)$$

Diperoleh

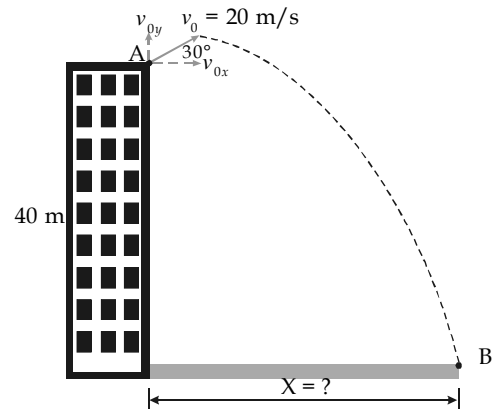
$t = -2$  s (tidak digunakan)

$t = 4$  s

Dari gerak horizontal (sumbu -x), diperoleh

$$x = v_0 t \cos 30^\circ$$

$$= (20 \text{ m/s})(4 \text{ s}) \left( \frac{1}{2}\sqrt{3} \right) = 40\sqrt{3} \text{ m.}$$

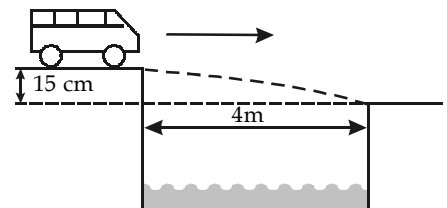


Catatan:

nilai  $y$  diambil harga negatif ( $-40$ ) karena posisi akhir (titik B) berada di bawah posisi asal (titik A).

### Contoh 1.11

Sebuah mobil hendak menyeberangi sebuah parit yang lebarnya 4 m. Perbedaan tinggi antara kedua sisi parit itu adalah 15 cm, seperti ditunjukkan pada gambar. Jika percepatan gravitasi 10 m/s<sup>2</sup>, berapakah kelajuan ( $v$ ) minimum agar penyeberangan mobil dapat tepat berlangsung?



**Jawab**

Perhatikan kembali gambar. Dari gambar diketahui:  $y = 0,15$  m,  $x = 4$  m,  $v_{0x} = v$ ,  $v_{0y} = 0$ , dan  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

Pada kasus tersebut, gerak mobil merupakan perpaduan antara GLB pada arah mendatar dan GLBB (gerak jatuh bebas) dalam arah vertikal. Oleh karena itu, diperoleh

1) Dari gerak jatuh bebas diperoleh waktu untuk tiba di sisi parit bagian bawah sebagai berikut:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2(0,15\text{m})}{10\text{m/s}^2}} = 0,173 \text{ s.}$$

2) Dari gerak horizontal diperoleh kelajuan  $v$  sebagai berikut

$$X = v_{0x} t = vt \rightarrow v = \frac{X}{t} = \frac{4\text{ m}}{0,173\text{ s}} = 23 \text{ m/s.}$$

Jadi, kelajuan minimum agar penyeberangan mobil dapat tepat berlangsung adalah  $v = 23 \text{ m/s}$ .

## Mahir Meneliti

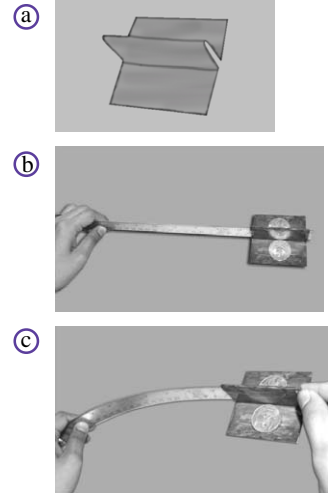
### Membandingkan Waktu Tempuh Benda pada Gerak Jauh Bebas dan Gerak Parabola

#### Alat dan Bahan

1. Penggaris plastik
2. Karton tebal
3. Dua uang logam (koin)
4. Selotip

#### Prosedur

1. Lipatlah karton tebal menjadi seperti huruf "T" terbalik dan pasang pada penggaris plastik dengan menggunakan selotip. Kemudian, letakkan satu uang logam (koin) di setiap sisi karton. Perhatikanlah gambar.
2. Lengkungkanlah penggaris plastik, kemudian lepaskan. Koin yang berada di depan akan mengalami gerak parabola, sedangkan koin yang berada di belakang akan mengalami gerak jatuh bebas.
3. Dengarkanlah bunyi yang timbul saat kedua koin tersebut jatuh dari penggaris plastik. Apakah yang dapat Anda simpulkan?
4. Diskusikanlah kesimpulan Anda dengan teman sebangku dan guru Fisika Anda.



- (a) Karton tebal yang telah dilipat.
- (b) Lipatan karton tebal yang telah dipasangkan pada penggaris dan ditempati 2 keping uang logam.
- (c) Penggaris yang dilengkungkan sebelum dilepaskan.

## 3. Persamaan Vektor Gerak Parabola

Menurut analisis vektor, persamaan-persamaan gerak parabola dapat dituliskan sebagai berikut. Vektor posisi pada gerak parabola adalah

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

$$\mathbf{r} = (v_0 \cos \alpha t)\mathbf{i} + (v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2)\mathbf{j} \quad (1-47)$$

Vektor kecepatan gerak parabola adalah

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j}$$

$$\mathbf{v} = (v_0 \cos \alpha)\mathbf{i} + (v_0 \sin \alpha - gt)\mathbf{j} \quad (1-48)$$

Dalam kehidupan sehari-hari, Anda banyak menjumpai contoh gerak melingkar. Bumi berputar mengelilingi Matahari dalam orbit yang mendekati lingkaran, demikian juga satelit-satelit yang bergerak dalam orbit melingkar mengelilingi Bumi.

Mobil yang bergerak mengitari suatu sudut juga bergerak dalam busur melingkar. Kajian tentang gerak melingkar telah Anda pelajari di Kelas X. Dalam subbab ini, pembahasan gerak melingkar akan ditinjau secara umum menggunakan fungsi turunan dan integral.

### Contoh 1.12

Posisi peluru yang ditembakkan di atas bidang datar dengan sudut elevasi tertentu dinyatakan oleh persamaan  $\mathbf{r} = [80t\mathbf{i} + (60t - 5t^2)\mathbf{j}] \text{ m}$ . Jika  $\mathbf{i}$  dan  $\mathbf{j}$  menyatakan vektor satuan dalam arah  $x$  dan  $y$ , serta  $t$  dalam sekon, tentukanlah:

- a. kecepatan awal peluru,
- b. sudut elevasi tembakan,
- c. kecepatan peluru di titik tertinggi,



- d. waktu untuk mencapai jarak maksimum, dan  
e. jarak mendatar maksimum tembakan.

**Jawab**

Diketahui:  $r = [80t\mathbf{i} + (60t - 5t^2)\mathbf{j}] \text{ m}$

- a. Kecepatan awal peluru ( $t = 0$ ),

$$v = \frac{dr}{dt} = 80\mathbf{i} + (60 - 10t)\mathbf{j}$$

Pada  $t = 0$  diperoleh

$$v_0 = 80\mathbf{i} + 60\mathbf{j}$$

$$|v_0| = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 \text{ m/s}$$

- b. Sudut elevasi tembakan ( $\alpha$ )

$$\tan \alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{60}{80} = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = 37^\circ$$

- c. Kecepatan peluru di titik tertinggi  $v_y = 0$  sehingga peluru hanya memiliki komponen kecepatan sumbu- $x$

$$v = v_{0x} = 80 \text{ m/s.}$$

- d. Waktu untuk mencapai jarak maksimum ( $X$ ) diperoleh apabila  $y = 0$  ( $60t - 5t^2 = 0$  dan diperoleh  $t = 12$  sekon

- e. Jarak mendatar maksimum tembakan

$$X = v_{0x}t = 80t = (80)(12) = 96 \text{ m.}$$

## Kata Kunci

- Gerak parabola
- Tinggi maksimum
- Jarak terjauh

## Soal Penguasaan

Kerjakanlah di dalam buku latihan Anda.

- Satu peluru ditembakkan dengan kecepatan 100 m/s dan membentuk sudut  $37^\circ$  terhadap arah mendatar. Tentukan:
  - waktu untuk mencapai titik tertinggi,
  - tinggi maksimum yang dicapai peluru,
  - jarak mendatar maksimum yang dicapai peluru, dan
  - kecepatan peluru setelah 2 sekon.
- Posisi peluru yang ditembakkan di atas bidang datar dengan sudut elevasi tertentu dinyatakan oleh persamaan  $r = [120t\mathbf{i} + (160t - 5t^2)\mathbf{j}] \text{ m}$ . Apabila  $\mathbf{i}$  dan  $\mathbf{j}$  menyatakan vektor satuan dalam arah  $x$  dan  $y$ , serta  $t$  dalam sekon. Tentukan:
  - kecepatan awal peluru,
  - sudut elevasi tembakan,
  - kecepatan peluru di titik tertinggi,
  - jarak mendatar maksimum tembakan, dan
  - tinggi maksimum yang dicapai peluru.
- Dua buah benda dilemparkan dengan kecepatan awal sama besar dan sudut elevasi berbeda, yaitu  $30^\circ$  dan  $60^\circ$ . Jika  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , tentukanlah perbandingan:
  - tinggi maksimum yang dicapai kedua benda;
  - jarak mendatar terjauh yang dicapai kedua benda.

